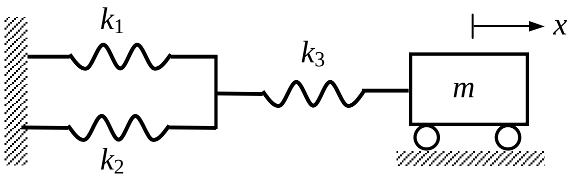
Primeira lista de MPD-42

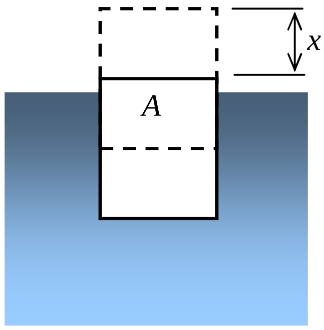
Resolução facultativa

1) Considere dois amortecedores do tipo viscoso com coeficientes c_1 e c_2. Calcule o coeficiente de amortecimento equivalente quando os dois amortecedores estão em série e em paralelo.

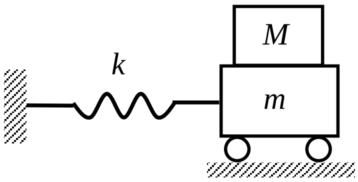
2) Considere o sistema da figura abaixo e obtenha expressões para a constante de mola equivalente. Encontre também a equação diferencial do movimento.



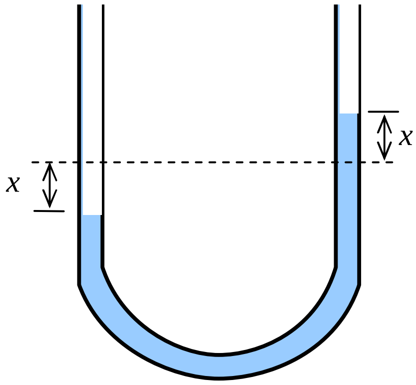
3) Uma bóia de seção reta uniforme de área *A* e massa *m* é afundada de uma distância *x* a partir da posição de equilíbrio, como ilustra a figura, e em seguida é liberada. Obtenha a equação diferencial do movimento e a freqüência natural de vibração. A densidade do líquido no qual a bóia está mergulhada é ρ.



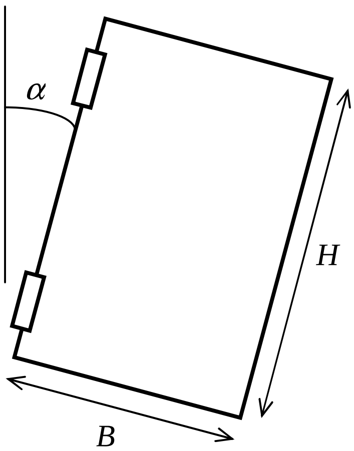
4) O sistema mostrado na figura a seguir consiste de uma massa desconhecida *m* e uma mola de constante elástica também desconhecida *k*. Observou-se que o sistema oscila com uma freqüência de ω_n = 100 rad/s. Determine a massa *m* e a constante *k* sabendo que, quando a massa *M* = 0.9 kg é adicionada, a freqüência natural cai para 80 rad/s.



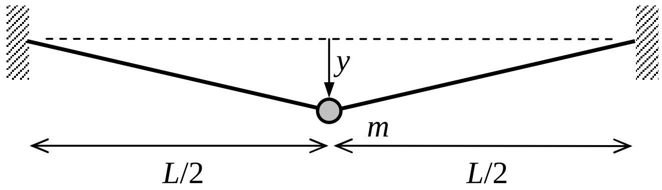
5) Obtenha a equação diferencial de movimento do sistema mostrado na figura abaixo e encontre o período de oscilação. A densidade do líquido é ρ e o comprimento da coluna de líquido é L.



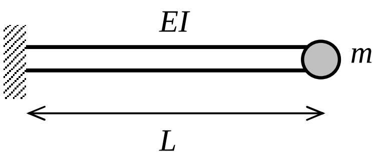
6) As dobradiças da porta retangular mostrada na figura abaixo estão fixadas ao longo de uma linha que faz um ângulo α com a vertical. Assuma que a porta tem uma distribuição uniforme de massa e determine a freqüência natural de oscilação.



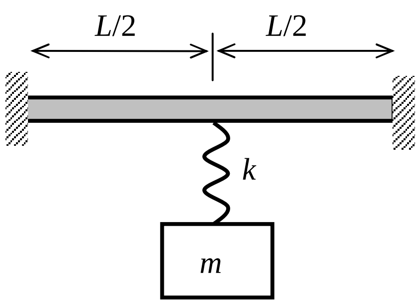
7) Uma conta de massa *m* é suspensa em uma linha sem massa como ilustra a figura. Assuma que a linha está submetida a uma tensão *T* e que essa tensão não muda de intensidade durante o movimento. Obtenha a equação diferencial de movimento para pequenas oscilações.



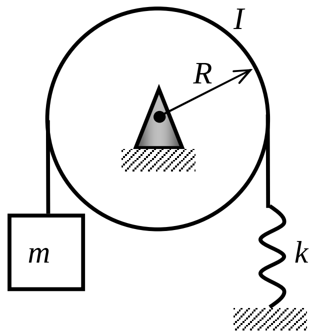
8) A massa *m* está fixada na extremidade livre de uma viga elástica sem massa de comprimento *L* e rigidez à flexão *EI*. Encontre a constante elástica equivalente e escreva a equação diferencial do movimento na direção vertical.



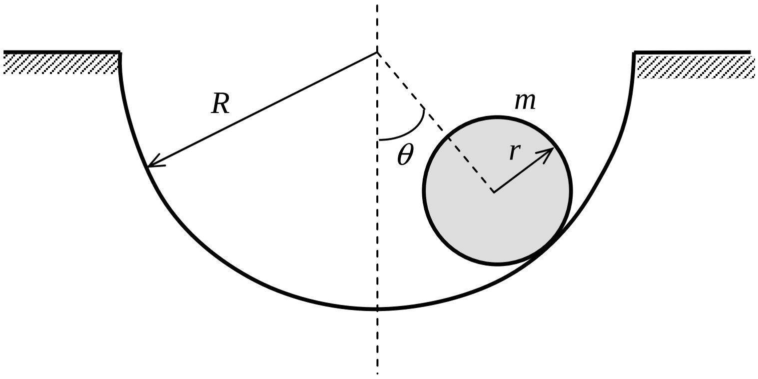
9) Uma massa *m* está suspensa em uma viga sem massa de rigidez à flexão *EI* por meio de uma mola de constante *k*. Encontre a equação diferencial do movimento.



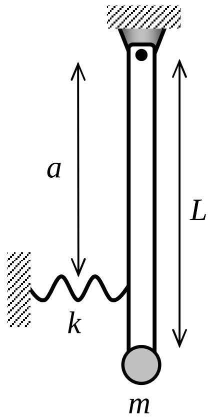
10) Obtenha a freqüência natural do sistema mostrado na figura a seguir. A mola tem constante elástica *k*, a polia tem momento de inércia *I*, a massa é *m* e o raio da polia é *R*.



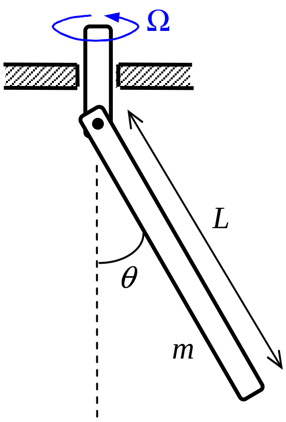
11) Um disco uniforme de raio *r* rola sem deslizar sobre uma superfície cilíndrica de raio *R* como mostra a figura. Encontre a equação diferencial do movimento para ângulos θ arbitrariamente grandes. Em seguida mostre que na vizinhança do ponto de equilíbrio $\theta = 0$ o sistema se comporta como um oscilador harmônico.



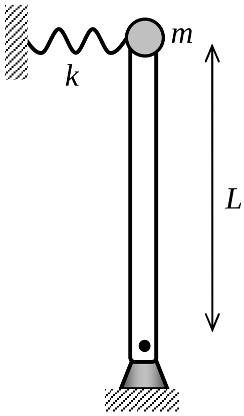
12) O pêndulo mostrado na figura abaixo está conectado a uma mola de constante *k*. Encontre a equação diferencial do movimento e depois linearize a equação.



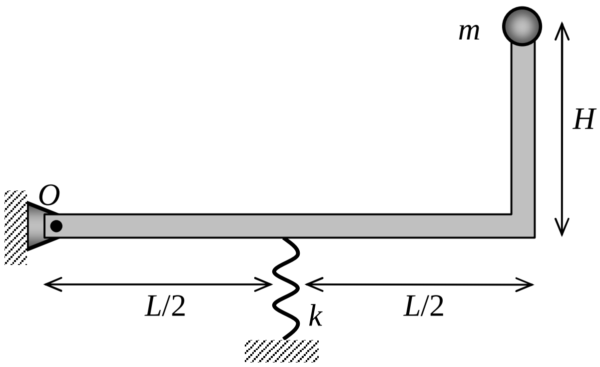
13) Uma barra uniforme de massa total m e comprimento L gira com velocidade angular constante Ω em torno de um eixo vertical como ilustra a figura. Denote por θ o ângulo entre a vertical e o eixo da barra. Determine as posições de equilíbrio expressas pelo ângulo θ_0. Encontre a equação diferencial para pequenas oscilações em torno de θ_0. Estude a estabilidade do equilíbrio. Ache a freqüência natural de vibração para grandes valores de Ω.



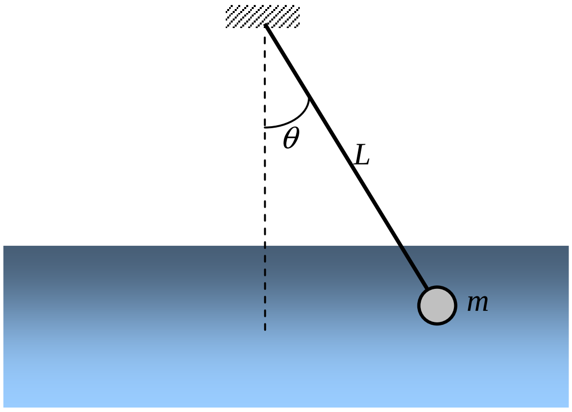
14) O pêndulo invertido da figura está apoiado em uma mola de constante k. Denote por θ o ângulo entre a vertical e o eixo do pêndulo. Determine as posições de equilíbrio expressas pelo ângulo θ_0. Encontre a equação diferencial para pequenas oscilações em torno de θ_0. Estude a estabilidade do equilíbrio.



15) Uma estrutura sem massa em forma de “L” está articulada no ponto *O* e tem uma massa concentrada *m* na sua ponta. A estrutura é suportada por uma mola *k* como mostra a figura. Determine a posição de equilíbrio expressa pelo ângulo θ_0 em torno de *O*. Encontre a equação diferencial para pequenas oscilações em torno de θ_0. Determine o comprimento *H* para o qual o sistema se torna instável.



16) O pêndulo simples da figura abaixo está imerso em um líquido viscoso de forma que exista uma força de resistência $c\dot{\theta}$. Encontre a equação diferencial do movimento para valores de θ arbitrários e em seguida linearize essa equação.



17) A solução geral do problema de vibração livre é dada por

$$x(t) = [A_1 \exp(\sqrt{\zeta^2 - 1}\,\omega_n t) + A_2 \exp(-\sqrt{\zeta^2 - 1}\,\omega_n t)]\exp(-\zeta\omega_n t)$$

Mostre que essa equação também pode ser escrita como

$$x(t) = [C_1 \cosh(\sqrt{\zeta^2 - 1}\,\omega_n t) + C_2 \sinh(\sqrt{\zeta^2 - 1}\,\omega_n t)]\exp(-\zeta\omega_n t)$$

Faça $\zeta \rightarrow 1$, $C_1 = A_1$ e $C_2\sqrt{\zeta^2 - 1}\,\omega_n = A_2$ e prove que a solução $x(t)$ se reduz a

$$x(t) = (A_1 + tA_2)\exp(-\omega_n t)$$