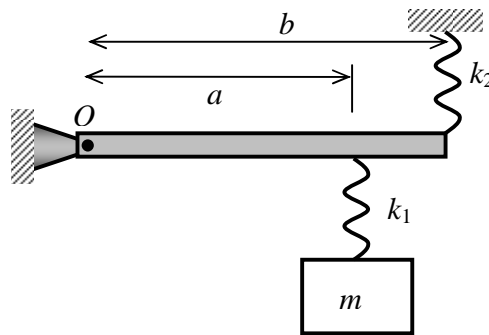


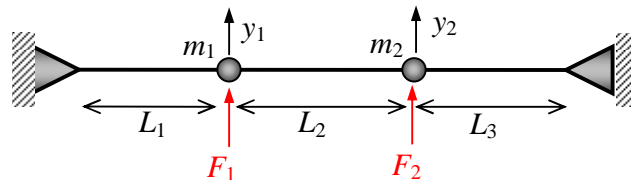
## Terceira lista de MPD-42

### Resolução facultativa

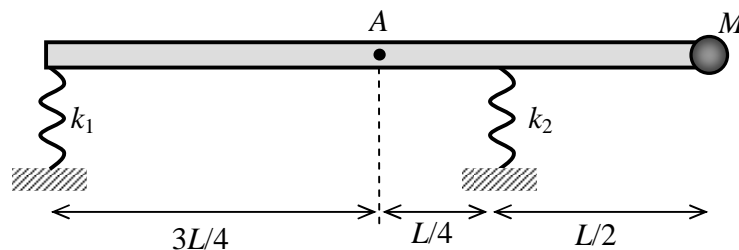
1) Uma barra perfeitamente rígida e sem massa é articulada em  $O$  como mostra a figura. Determine a frequência natural de oscilação do sistema para os parâmetros  $k_1 = 4.3782 \times 10^5$  N/m,  $k_2 = 1.5761 \times 10^5$  N/m,  $m = 175.13$  kg,  $a = 2.0$  m e  $b = 2.54$  m.



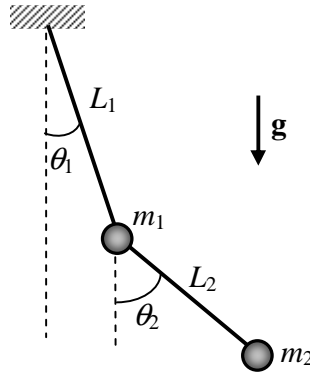
2) O sistema da figura consiste de duas massas concentradas  $m_1$  e  $m_2$  presas a um fio sem massa e em tração uniforme  $T$ . Assuma pequenos deslocamentos  $y_1$  e  $y_2$  e obtenha as equações diferenciais de movimento.



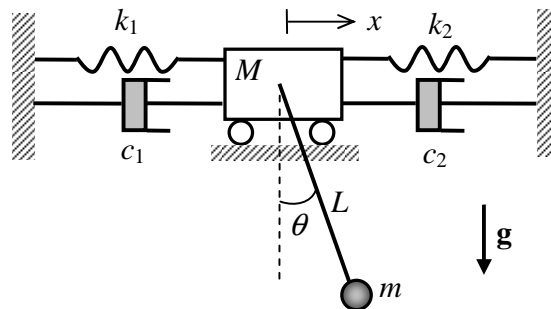
3) Uma barra rígida de massa por unidade de comprimento  $m$  suporta uma massa concentrada  $M$  em uma das extremidades. A barra é apoiada por duas molas como mostra a figura. Utilize como coordenadas generalizadas a translação e a rotação do ponto  $A$  e obtenha as equações diferenciais do movimento.



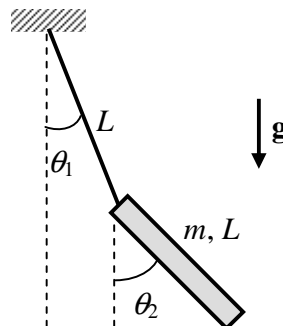
4) Obtenha as equações diferenciais não-lineares do pêndulo duplo da figura. Os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  podem ser arbitrariamente grandes.



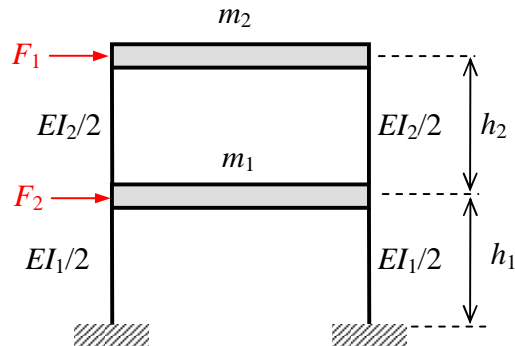
5) Encontre a equação diferencial de movimento do sistema mostrado na figura abaixo. Assuma  $\theta$  pequeno.



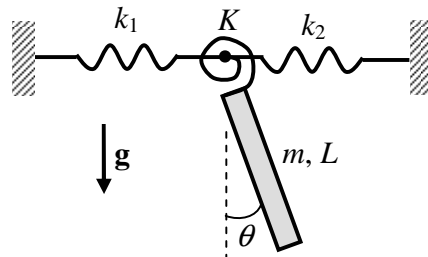
6) Uma barra uniforme é suspensa por um fio como mostra a figura. Encontre as equações diferenciais de movimento do sistema para ângulos arbitrários  $\theta_1$  e  $\theta_2$ .



7) A figura abaixo mostra uma aproximação para uma construção de dois andares. Assuma os pisos rígidos e as colunas sem massa e obtenha as equações diferenciais de movimento.



8) Uma barra rígida uniforme é suportada por duas molas de translação e uma mola de rotação. Obtenha as equações diferenciais de movimento.



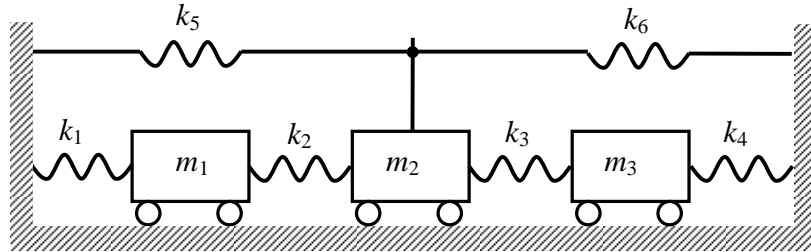
9) Considere o problema 2 e faça  $m_1 = m_2 = m$  e  $L_1 = L_2 = L_3 = L$ . Encontre as frequências naturais do sistema e esboce os modos de vibração.

10) Considere o problema 3 e faça  $k_1 = k$ ,  $k_2 = 2k$ ,  $M = mL$ . Encontre as frequências naturais do sistema e esboce os modos de vibração.

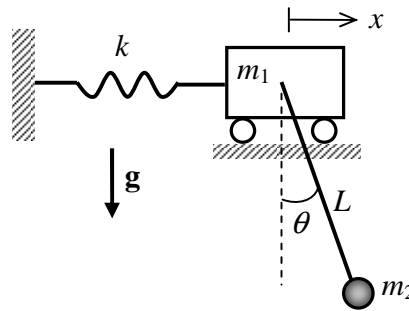
11) Linearize as equações de movimento do problema 6 e encontre as frequências naturais do sistema e os modos de vibração.

12) Considere o problema 7 e faça  $m_1 = m_2 = m$ ,  $h_1 = h_2 = h$  e  $I_1 = I_2 = I$ . Encontre as frequências naturais do sistema e os modos de vibração. Se a fundação do prédio for acionada por um deslocamento prescrito  $y(t) = Y_0 \sin(\omega t)$ , resolva as equações de movimento resultantes no regime permanente.

13) Obtenha as equações de movimento do sistema abaixo. Apresente-as na forma matricial.



14) Encontre a equação diferencial de movimento do sistema mostrado na figura abaixo. Assuma  $\theta$  arbitrário.



15) Considere uma barra sem massa articulada na extremidade esquerda e livre na extremidade direita como mostra a figura abaixo. Nesse caso o sistema é positivo semi-definido e existe um modo de corpo rígido na forma de rotação pura em torno da articulação. Encontre o problema de autovalor do movimento elástico do sistema assumindo que os deslocamentos das massas consistem de uma parte elástica e uma parte rígida devido à rotação pura.

