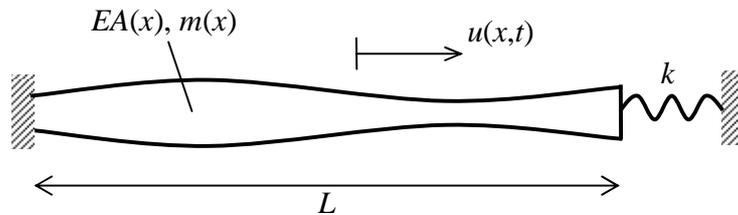


## Quarta lista de MPD-42

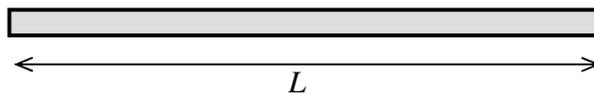
### Resolução facultativa

1) Obtenha as equações do movimento e as condições de contorno de uma barra não uniforme fixada em uma extremidade e conectada a uma mola na outra.



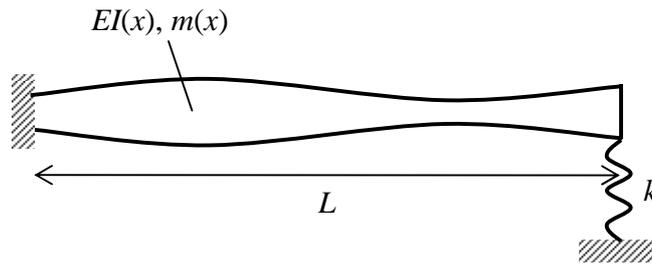
2) Considere uma viga em vibração de flexão e encontre a equação diferencial do movimento para o caso em que a extremidade  $x = 0$  é fixada e uma massa concentrada  $M$  está conectada à outra extremidade em  $x = L$ . Encontre também a equação do problema de autovalor associada.

3) Considere uma barra uniforme em vibração axial e resolva o problema de autovalor no caso em que as duas extremidades estão livres.



4) Se a barra do problema 1 for uniforme com  $EA(x) = EA$  e  $m(x) = m$  resolva o problema de autovalor para  $EA = 4kL$ . Ache as três primeiras frequências naturais e modos de vibração.

5) Uma viga em flexão dinâmica é engastada em  $x = 0$  e suportada por uma mola na extremidade  $x = L$ . Prove a ortogonalidade dos modos de vibração.

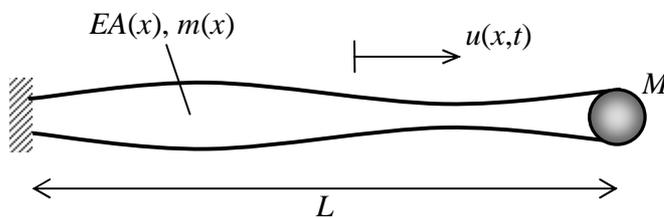


6) Considere a viga do problema 2 e prove a ortogonalidade dos modos de vibração.

7) Encontre uma expressão para o quociente de Rayleigh da viga do problema 5.

8) Uma barra uniforme é sujeitada a um carregamento externo distribuído dado por  $f(x, t) = f_0 \sin(\omega t)$  com  $\omega^2 = 6EA/(mL^2)$ . As condições iniciais são nulas. Encontre a resposta do sistema e tire conclusões a respeito do grau de contribuição dado por cada modo de vibração natural.

9) Obtenha a equação diferencial parcial de movimento e as condições de contorno de uma barra fixada em  $x = 0$  e com uma massa concentrada  $M$  em  $x = L$ .



10) Uma viga em flexão dinâmica está apoiada numa fundação elástica de rigidez distribuída  $k$ . Encontre a equação diferencial de movimento e a equação característica.

