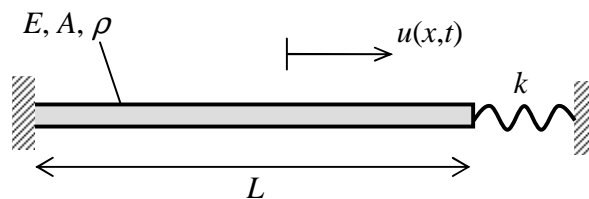


Sexta lista de MPD-42

Resolução facultativa

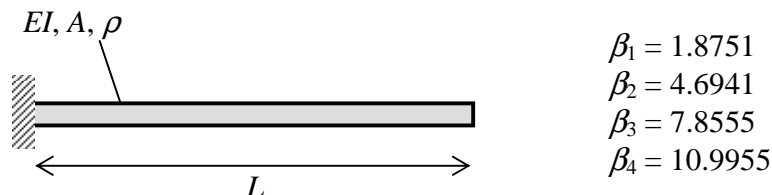
1) Considere um elemento de barra livre nas duas pontas e calcule as duas frequências naturais. Mostre que uma das frequências é zero e corresponde a um modo de corpo rígido, isto é, há movimento, mas não há deformação do elemento.

2) Considere o sistema mostrado na figura abaixo que consiste de uma barra uniforme presa em uma extremidade e apoiada em uma mola na outra. Usando apenas um elemento escreva a equação matricial do movimento. Repita usando dois elementos.

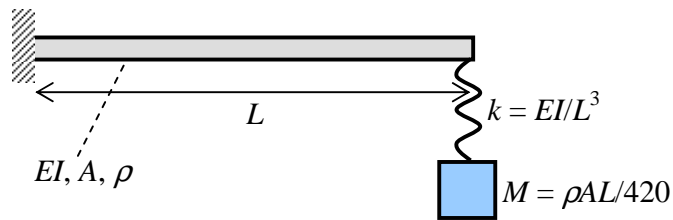


3) Uma barra uniforme de comprimento L deve ser modelada usando dois elementos. Em um primeiro modelo dois elementos de mesmo comprimento são usados. Em um segundo modelo um elemento de comprimento $L/3$ e outro de $2L/3$ são usados. Compare as duas matrizes globais de massa. Use densidade ρ e área de seção reta A .

4) Obtenha a equação de movimento da viga em balanço usando dois elementos de mesmo comprimento. Se $L = 1$ m calcule as frequências naturais da viga e compare com o resultado do modelo contínuo mostrado. $\omega_n = \beta_n^2 (EI/\rho A)^{1/2}$.

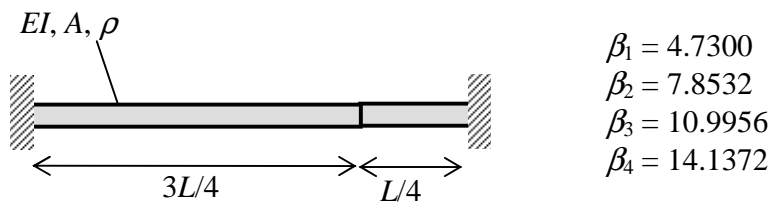


5) Considere uma viga uniforme em balanço ligada a um sistema massa-mola como mostra a figura. Modele esse sistema usando um elemento e obtenha as frequências naturais.



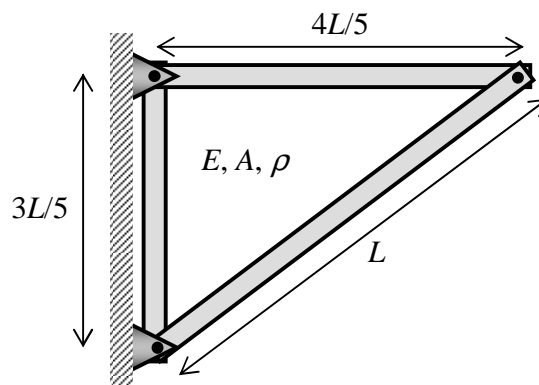
6) Estime a primeira freqüência natural de uma viga uniforme engastada em uma ponta e simplesmente apoiada na outra ponta. Use apenas um elemento e os parâmetros EI, A e ρ .

7) Use dois elementos de comprimentos diferentes para estimar as primeiras freqüências naturais da viga biengastada mostrada na figura. Se $L = 1$ m calcule as freqüências naturais da viga e compare com o resultado do modelo contínuo mostrado. $\omega_n = \beta_n^2 (EI/\rho A)^{1/2}$.



$$\begin{aligned} \beta_1 &= 4.7300 \\ \beta_2 &= 7.8532 \\ \beta_3 &= 10.9956 \\ \beta_4 &= 14.1372 \end{aligned}$$

8) Determine as equações de movimento do modelo de três barras uniformes mostrado.



9) Considere o pórtico com duas vigas mostrado na figura a seguir. Crie um modelo com dois elementos e calcule as três primeiras frequências naturais da estrutura. Use $A = 0.0004 \text{ m}^2$, $I = 1.33 \times 10^{-8} \text{ m}^4$, $E = 70 \text{ GPa}$ e $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$. Os nós 1 e 3 estão engastados.

